



Symposium

EME 2005



5. - 7. September 2005

Titel des Beitrages:	Einführung in Chaos und Nichtlinearitäten bezüglich elektromagnetischer Effekte
Name des Autors/-en:	Dr. Bohl; Prof. Dr. Ehlen
ggf. Name des Vortragenden	
Firma, Dienststelle:	Diehl BGT Defence GmbH & Co. KG
Anschrift:	Fischbachstraße 16, 90552 Röthenbach a d Pegnitz
Emailadresse:	juergen.bohl@diehl-bgt-defence.de
Besonderheiten:	

EINLEITUNG

Störung von elektronischen Systemen bei Einwirkung von elektromagnetischen Wellen beruht häufig auf der Gleichrichtung der einstrahlenden Signalform an nichtlinearen Bauteilen wie Dioden oder Transistoren – diskret aufgebaut oder parasitär in komplexen IC-pn-Übergängen zu finden. Dabei erfolgt eine Einhüllendenbildung, die die hochfrequenten Signalanteile der elektromagnetischen Wellen in niederfrequente Anteile transformiert und diese untrennbar dem nominalen Signal aufaddiert. Störung und Nutzsignal sind so kaum zu unterscheiden und wenn das Nutzsignal/Störsignal-Verhältnis einen systemtypischen Grenzwert überschritten hat, ist bei fehlender störungsfreier Redundanz ein Funktionsverlust des Systems zu erwarten. Aufgrund der knickförmigen Kennlinienverläufe der parasitären Dioden wirkt sich die Störungserzeugung erst oberhalb der materialspezifischen Knickspannung aus (Si 0.7V; Ge 0.6V; GaAs 1.4V; Schottky 0.4V). Dies bedingt das meist zu beobachtende schwellenförmige Verhalten der einsetzenden Störung (Feldstärkeschwellwert). Reine sinusförmige Feldstärkesignale erzeugen in der Schaltung einen Gleichspannungs-Offset, amplitudenmodulierte Träger replizieren ihr Modulationssignal.

Für die funktionelle Analyse und Beschreibung können für speicherlose Nichtlinearitäten Kennlinien oder Potenzreihenentwicklungen herangezogen werden. Sind zusätzlich speicherbehaftete Bauteile wie Kondensatoren, Induktivitäten oder Leitungen wirksam, so dominieren bei kleinen Amplituden bis zum Konvergenzbereich die Volterra-Reihenanalyse für große Amplituden die stückweise Linearisierung oder signalspezifische Beschreibungsfunktionen.

Eine große Menge von realen speicherbehafteten Systemen sind über nichtlineare Differenzialgleichungen zu beschreiben – können jedoch meist nicht analytisch

gelöst werden. Insbesondere rückgekoppelte schwingungsfähige Systeme können dabei je nach Arbeitspunkt in den sogenannten chaotischen Betrieb übergehen. Chaotische Systeme zeichnen sich dadurch aus, dass kleinste Veränderungen der Anfangsbedingungen zu unterschiedlichsten Zeitverläufen führen. Ein bekannter Vertreter sind die chaotischen Wettergleichungen, die bekanntermaßen keine langfristigen Vorhersagen ermöglichen. Ein fallendes Baumblatt in der Karibik (kleine Änderung der Anfangsbedingung) vermag so die Wetterverhältnisse in Europa zu verändern. Chaotische Systeme lassen sich auch mit numerischen Lösungsverfahren nicht lösen – wegen der Quantisierungsfehler am Anfang der iterativen Lösung resultiert bei jedem Rechendurchlauf ein anderes Ergebnis.

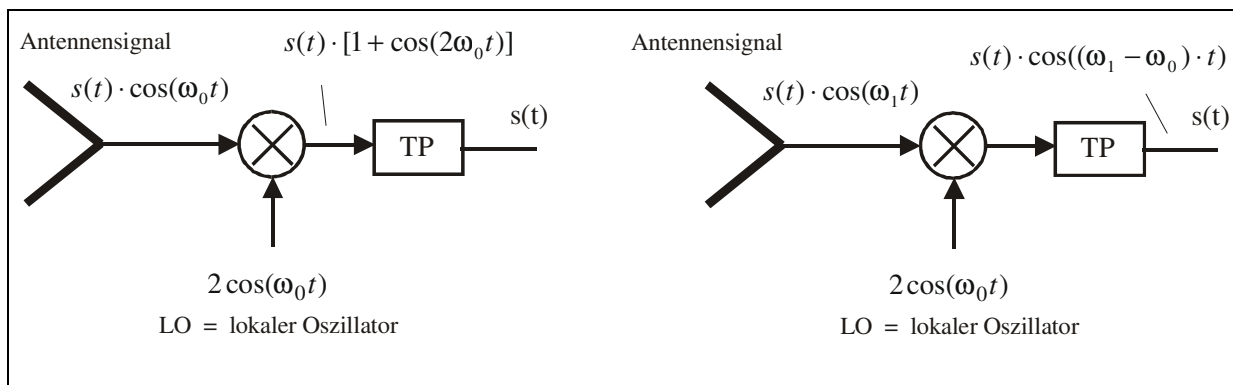


Abbildung 1: Links: Typische Empfangsstruktur – kohärenter Empfänger; rechts: Empfangsmischer

Chaotische Effekte bei der Einwirkung elektromagnetischer Wellen werden in der Praxis insbesondere bei der Bestrahlung von PLL-Strukturen (Phase-Lock-Loop) wie HF-Empfänger, IR- oder Radardetektoren bei bereits relativ kleinen Feldstärkewerten festgestellt. Eine eingekoppelte Störung treibt das Schwingungsverhalten von spannungsgesteuerten Oszillatoren in den chaotischen Bereich. Es resultiert ein zufälliges Oszillatorsignal mit unregelmäßigen Nulldurchgängen, das als Mischsignal für synchrone Empfangsschaltungen nun nicht mehr verwendet werden kann. Kleine Störsignale ermöglichen so die Unterdrückung von Kommunikationswegen und Detektoren.

II MOTIVATION

Eine große Anzahl von Kommunikations-, IR- oder Radarempfänger bestehen aus Mischerstufen, die das Bandpass-Antennensignal durch Multiplikation mit einem kosinusförmigen lokalen Oszillator (LO) in den Tiefpassbereich heruntermischen und/oder demodulieren (Abbildung 1).

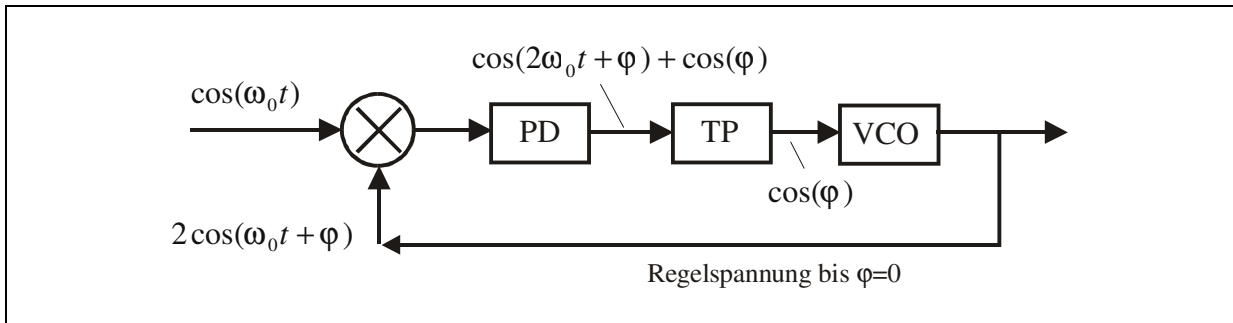


Abbildung 2: kohärente Empfangsstruktur mit PLL

Bei synchronen Empfängern wird Phasengleichheit zwischen LO und dem ankommenden Träger mittels einer PLL erzwungen, bei analogen Vormischstufen ist lediglich eine frequenzstabile LO-Oszillation notwendig. Der lokale Oszillator LO seinerseits wird typischerweise als Synthesizer mit internem PLL realisiert.

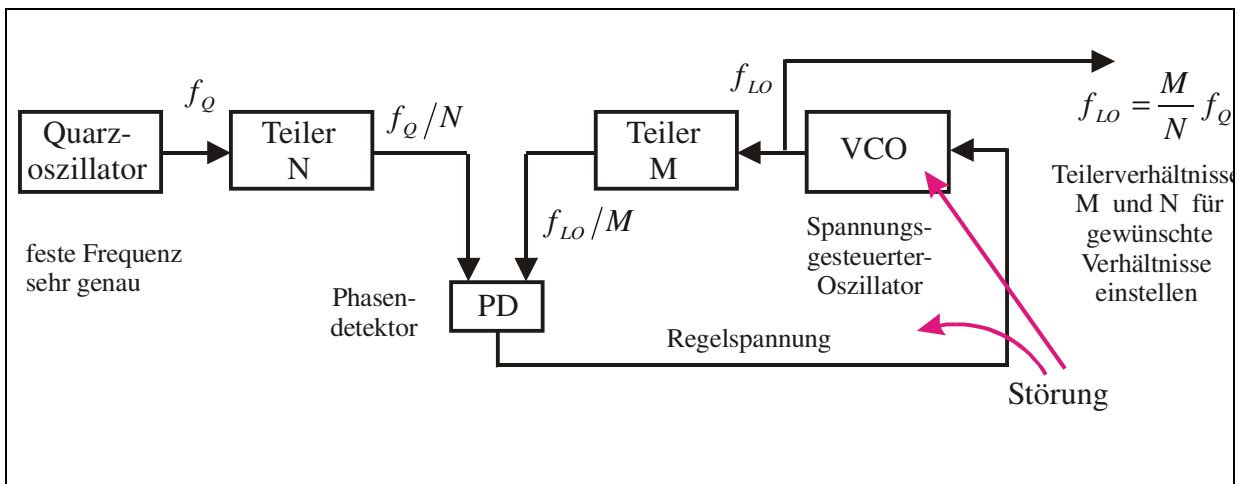


Abbildung 3: Realisierung des Lokalen Oszillators als Synthesizer mit PLL

Eingestrahelte HF-Felder koppeln in die PLL-Schleife oder direkt in den VCO, wo sie an Nichtlinearitäten gleichgerichtet werden und durch den generierten DC-Offset, den Arbeitspunkt des Oszillators (VCO) verschieben. Die Auswirkungen solch einer Arbeitspunktverschiebung reichen von der Unterbindung der Oszillation über die Erzeugung einer unbeabsichtigten Oszillationsfrequenz bis hin zu einem chaotischen Signalverlauf, dem keine definierte Frequenz mehr zugeordnet werden kann. Das prinzipielle Verhalten soll an einem einfachen Oszillator dargestellt werden.

III ANALYSE EINFACHER OSZILLATOREN

An einer Leitung mit Laufzeit $T/2$ sei an einem Ende ein Kurzschluss angebracht und am anderen Ende eine (kapazitiv belastete) Source-Folger-Schaltung. Solche Strukturen sind häufig in Mikrowellenoszillatoren mit dielektrischem Resonator (DR) zu finden.

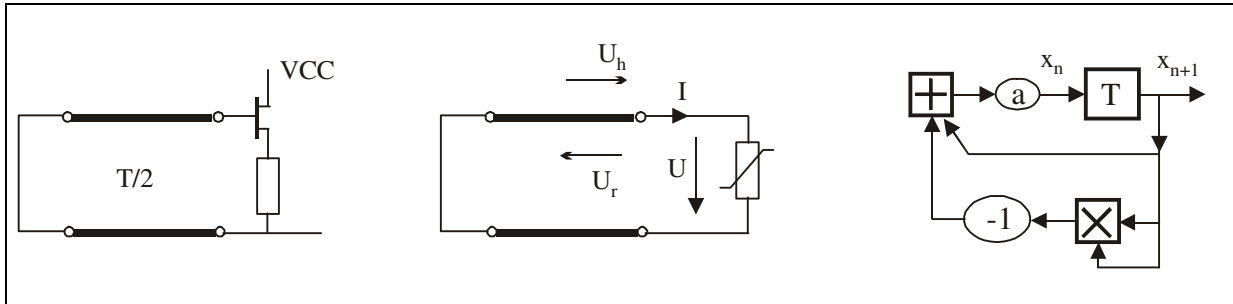


Abbildung 4: Links DR-Oszillator, Mitte: ESB des DR-Oszillators; rechts: Zustandsmodell des DR-Oszillators

Die Halbleiterschaltung wirkt in erster Näherung wie eine resistive Nichtlinearität. Statt $U=fkt(I)$ wird die rücklaufende Welle U_r als Funktion der hinlaufenden Welle U_h am Ort der Nichtlinearität ausgedrückt $U_r=fkt(U_h)$ und in Gl.1 als Taylorentwicklung mit Abbruch beim 2. Glied angegeben. Gleichung Gl.2 verknüpft die am Kurzschluss reflektierte und um die Laufzeit T verzögerte hinlaufende und rücklaufende Welle. Die Konstante a repräsentiert eine arbeitspunktabhängige Konstante. Ein Dirakstoß $\delta(t)$ auf der Leitung, wie er nach dem Einschaltprozess entstehen könnte, bedingt jeweils erst nach der Laufzeit T eine Zustandsänderung von U_h . und mit der Setzung $t=nT$, $U_h(t+T)=x_{n+1}$, $U_h(t)=x_n$. und $n=1,2,3,\dots$ ergibt sich die ein zeitdiskretes Netzwerk beschreibende *Logistische Gleichung* Gl.4.

$$\left. \begin{array}{l} U_r(t) = a \cdot U_h^2(t) - aU_h(t) \quad (Gl.1) \\ U_h(t+T) = -U_r(t) \quad (Gl.2) \end{array} \right\} \Rightarrow U_h(t+T) = aU_h(t)(1 - U_h(t)) \quad (Gl. 3)$$

Logistische Gleichung:

$$x_{n+1} = a \cdot x_n \cdot (1 - x_n) \quad (Gl. 4)$$

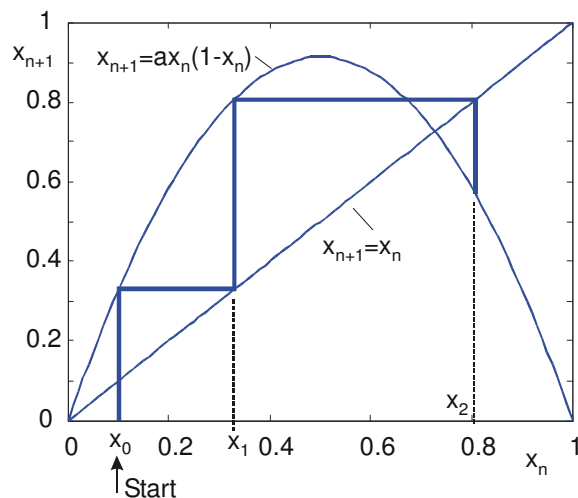


Abbildung 5: Grafische Lösung der logistischen Gleichung – Fixpunktiteration für $a=3.6$

Die Logistische Gleichung wurde sehr intensiv untersucht. Sie repräsentiert zudem das Lösungsverfahren einer nichtlinearen Gleichung mittels Fixpunktiteration $x_{n+1}=fkt(x_n)$. Das grafische Lösungsverfahren ist in

Abbildung 5 dargestellt. An der Ordinate wird x_{n+1} aufgetragen, an der Abszisse x_n , zudem eine Gerade $x_{n+1}=x_n$ und die Funktion $fkt(x_n)$. Der Startpunkt x_0 ist vorgegeben. Abwechselnd wird von der Einheitsgeraden eine vertikale Verbindung bis zum Funktionswert gezogen und von diesem eine horizontale Verbindung zur Einheitsgeraden.

Stabiler Arbeitspunkt:

Je nach Wahl der Konstanten a , die ja durch den Arbeitspunkt festgelegt ist, ergibt sich stabiles, oszillatorisches oder chaotisches Verhalten. *Abbildung 6* repräsentiert drei Fälle, in denen die Wahl von a zu stabilem Verhalten führt. Die Iterationen konvergieren jeweils auf einen spezifischen Punkt zu – dem Fixpunkt. Der Iterationsprozess beschreibt den zeitlichen Verlauf von x_n bzw. der hinlaufenden Welle $U_h(nT)$, wie dies in *Abbildung 6* (rechts) gezeigt wird.

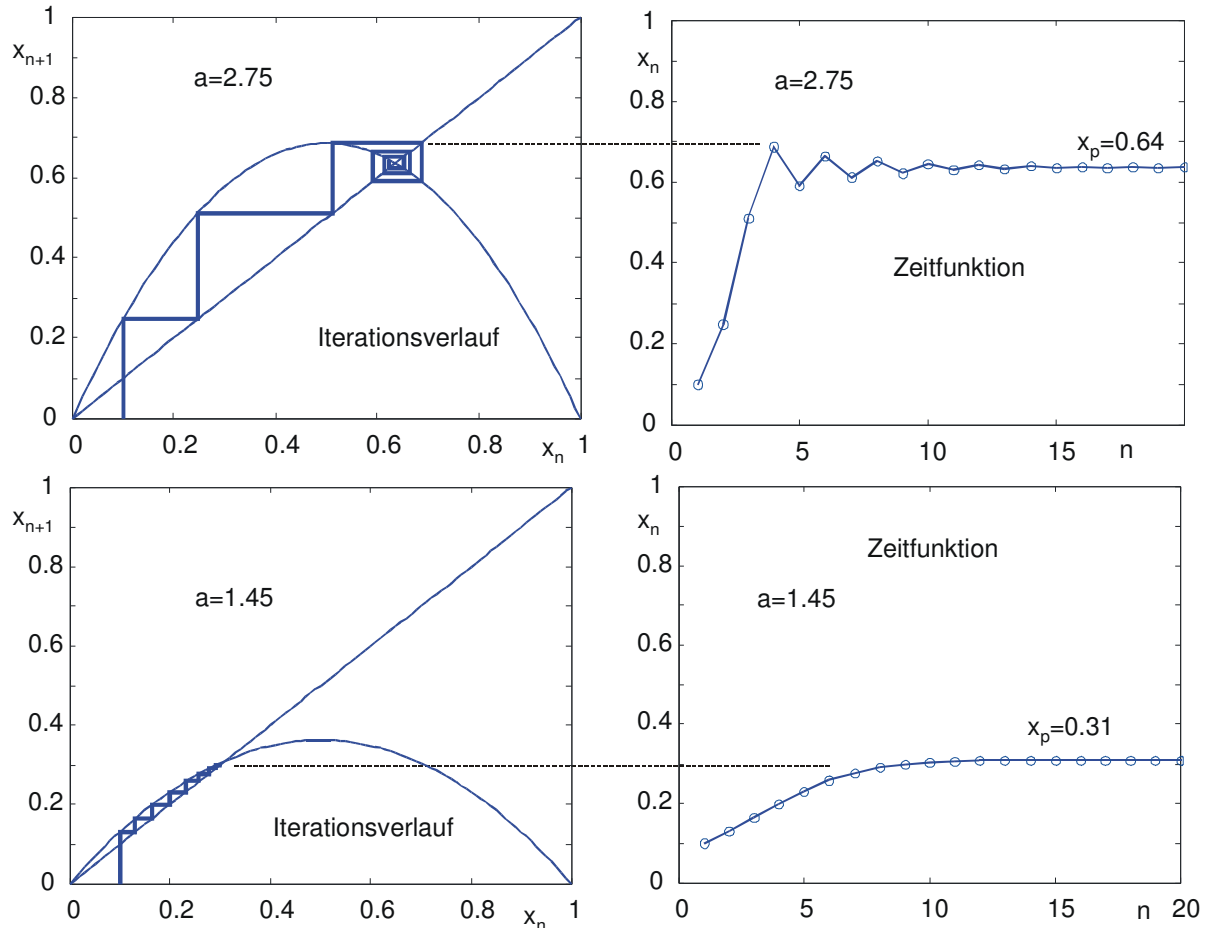


Abbildung 6: Links Iteration der Logistischen Gleichung mit stabilem Verhalten (Ordinate x_{n+1} , Abszisse x_n); rechts daneben die resultierende Zeitfunktion: x_n als Funktion von n für Anfangswert $x_0=0.1$ und (unten) $a=1.45$ und (oben) $a=2.75$

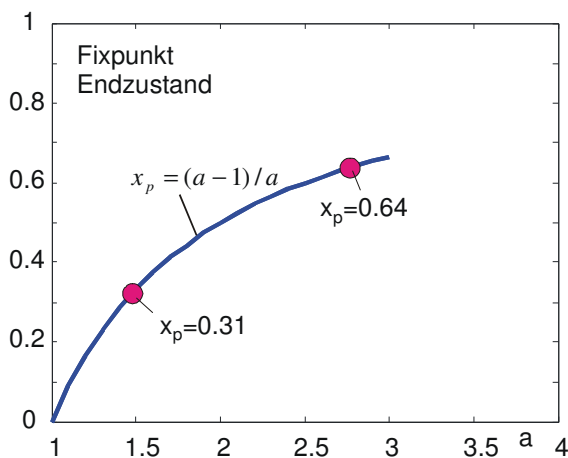


Abbildung 7: stabiler Fixpunkt x_p für $a=2$ berechnet sich mit $x_p = a \cdot x_p \cdot (1 - x_p)$ (Gl.4) zu $x_p=0$ und $x_p = (a-1)/a$. Ein stabiler Fixpunkt wird zwischen $1 < a < 3$ immer erreicht.

Stabile Oszillation:

Ab $a > 3$ führt die Iteration der logistischen Gleichung nach einiger Zeit auf eine Oszillation zwischen zwei Endpunkten. Dieser Zustand ist der erwünschte Zustand, wenn die Schaltung als Oszillator betrieben werden soll. Die beiden Endpunkte berechnen sich mit $fkt(x) = ax(1-x)$ und $fkt(fkt(x)) = x$ zu:

$$x_h(a) = \frac{a + 1 + \sqrt{a^2 - 2a - 3}}{2a} \quad \text{und} \quad x_l(a) = \frac{a + 1 - \sqrt{a^2 - 2a - 3}}{2a}$$

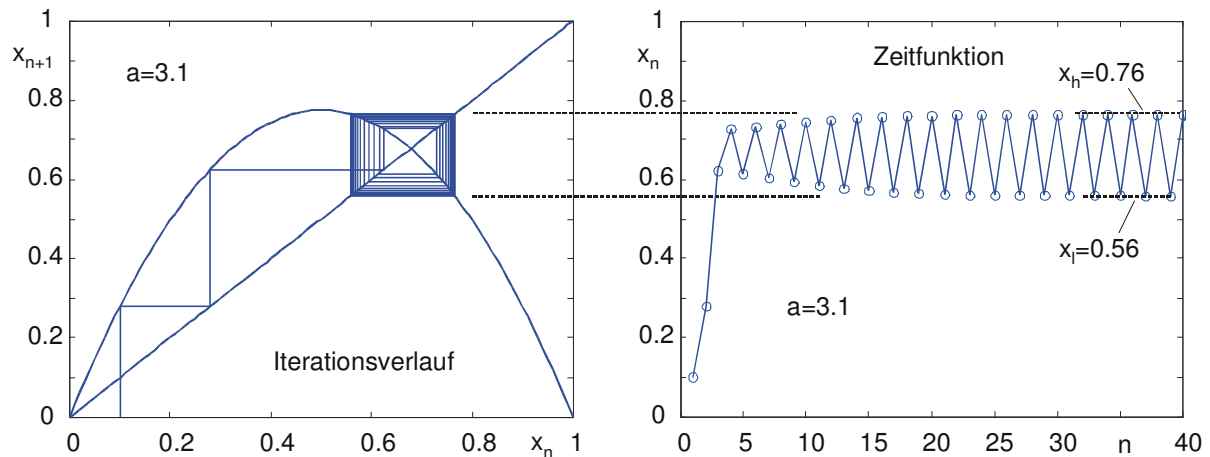
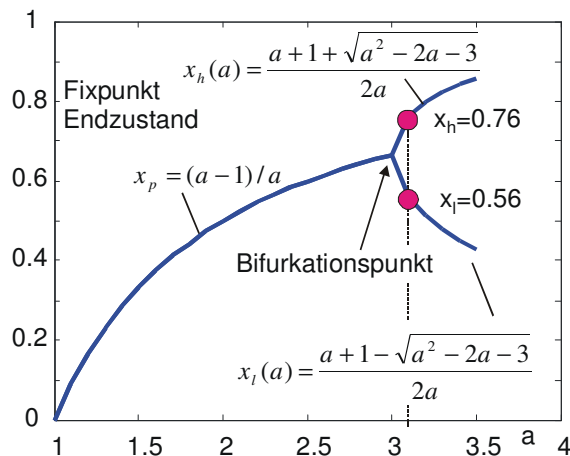


Abbildung 8: Iterationsverlauf für $a > 3$ resultiert nach dem Einschwingvorgang in einer stabilen Oszillation zwischen zwei Endpunkten x_l und x_h .



Für $a=3$ gilt $x_l(a) = x_h(a) = (a-1)/a$; $a=3$ wird als **Bifurkationspunkt** bezeichnet. In der grafischen Auftragung der zu erzielenden Endpunkte in Abhängigkeit des eingestellten Faktors a , existieren ab $a > 3$ zwei Endpunkte im eingeschwungenen Zustand, für $a < 3$ ist dies nur ein einziger von Null verschiedener Fixpunkt.

Abbildung 9: Endzustände der Iteration als Funktion des Parameters a .

Chaos:

Wird der Parameter a auf Werte über 3.449 erhöht, manifestiert sich ein Zyklus mit 4 Endpunkten, ab $a=3.54$ ein Zyklus mit 8 Endpunkten. Ab $a=3.5699$ existieren unendlich viele Endpunkte. Ab $a=3.5699$ spricht man daher vom chaotischen Verhalten der Schaltung. Jeder auch nur vom Anfangswert um ein Bruchteil abweichende neue Anfangswert erzeugt eine vollkommen andere Zeitfunktion. Abbildung 10 zeigt die Generierung der chaotischen Zeitfolge am Iterationsschema, Abbildung 11 die zugehörige chaotische Zeitfunktion.

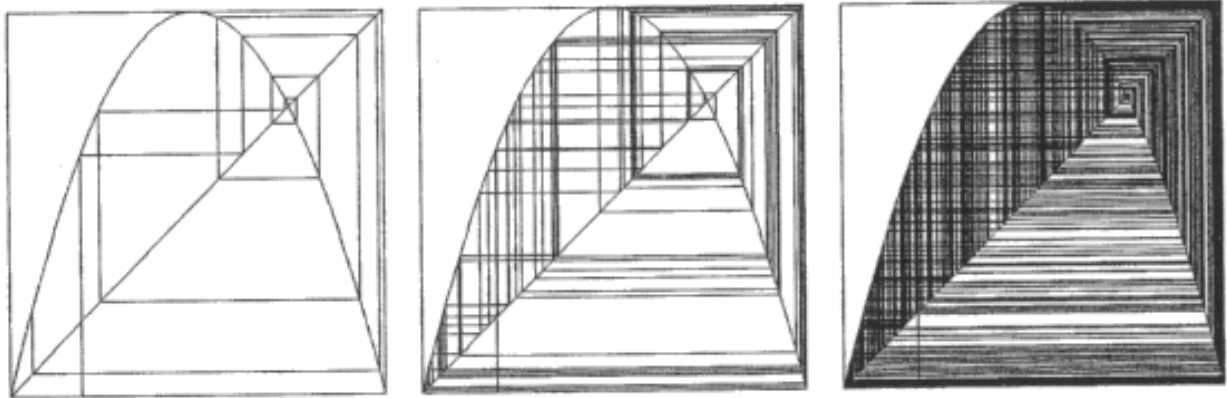


Abbildung 10: Chaotisches Iterationsschema für $a > 3.5699$; Anzahl der Iterationen n von links nach rechts wachsend;

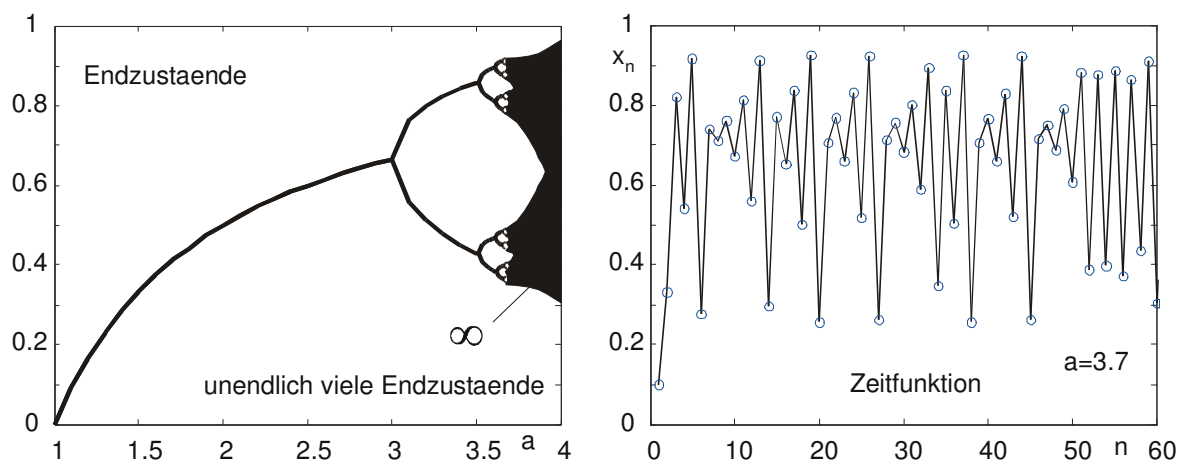


Abbildung 11: Rechts: Chaotisches Zeitsignal, links: Auftragung der eingeschwingenen Endzustände als Funktion des Parameters a . Bei speziellen a -Werten verdoppelt sich Zyklusdauer und die Zahl der stationären Endzustände – Bifurkationspunkte. Ab $a > 3.5699$ existieren unendlich viele Endzustände, die Periodizität im Zeitsignal geht verloren, die Zeitfunktion wird chaotisch.

Abgrenzung zu stochastischen Zeitfunktionen

Chaotische Zeitfunktionen sind aufgrund der deterministischen Bestimmtheit theoretisch voraussagbar, wenn auf den richtigen Weg oder Anfangswert synchronisiert wird. Da jedoch kleinste Abweichungen vom ‚Weg oder Anfangswert‘ vollkommen unterschiedlichen Lösungen bedingen, ist die Vorhersagbarkeit in der Praxis nicht oder nur in einem kurzen Zeitfenster gegeben (siehe Wettergleichungen).

Stochastische Ereignisse bestehen zumindest teilweise aus einer Summe vollkommen zufälliger Einzelereignissen, die eine Vorhersagbarkeit nur auf der Grundlage von Wahrscheinlichkeiten ermöglichen.

Die Analysemethoden von stochastischen und chaotischen Zeitfunktionen sind häufig jedoch identisch – Korrelationsanalyse, Amplitudendichtefunktion. Die stationären Endzustände der Grenzzyklen von chaotischen Systemen sind in der Amplitudendichtefunktion zu erkennen, die Periodizität in der Frequenzanalyse. Erst wenn der eigentliche chaotische Zustand mit unendlich vielen Endzuständen erreicht ist, gleich das Spektrum einer weißen Zufallsfolge.

Wirkmechanismus bei Bestrahlung:

Der Oszillator ist auf einen Arbeitspunkt eingestellt, der im idealen Modell eine reine Oszillation zwischen zwei stationären Endpunkten erzeugt, real aber eine Sinusfunktion mit konstanter Frequenz generiert. Die Amplitude wird häufig über zusätzliche Amplitudenregelung stabilisiert. Bei Bestrahlung wird nun die RF an den Nichtlinearitäten gleichgerichtet – der entstehende DC-Offset kann dabei den Arbeitspunkt der Nichtlinearität soweit verschieben, dass chaotisches Verhalten auftritt – die Arbeitspunktverschiebung verändert die Entwicklungskoeffizienten der Nichtlinearität und damit den Parameter a , der - wie oben gezeigt - über stabiles, oszillatorisches oder chaotisches Verhalten entscheidet.

Wenn aus der beabsichtigten Oszillatorfunktion durch die Arbeitspunktverschiebung zunächst Subharmonische generiert und folgend eine chaotische Sequenz erzeugt wird, ist die Funktionalität der Schaltung verloren gegangen. Weder die Verwendung als Taktgenerator in digitalen Schaltungen noch die in analogen IR-, Radar- oder Kommunikationsempfängern ist dann noch ratsam.

Untersuchungen an komplexeren PLL-Oszillatoren führen nicht auf die *logistische Gleichung* sondern auf die *Duffing Differentialgleichung*, die ebenfalls durch Arbeitspunktverschiebung von dem rein oszillatorischen Betrieb über die Erzeugung von Subharmonischen (Erhöhung der Zykluszahl) in den chaotischen Zustand wechselt [Mathis].

Die Designer von Oszillatoren und PLL's sind sich des Einflusses der Überlagerung von arbeitspunktverschiebenden eingestrahelter HF oder des jittererzeugenden Rauschens bewusst – und schirmen – auch wegen der zu verminderten Abstrahlung (EMV – CE Kennzeichnung) die gesamten Oszillatoren und PLL's mit Metallgehäusen. Der Frequenzbereich der primär erzeugten Oszillatorschwingung kann jedoch nicht mittels Filtern unterdrückt werden – hier mag sich eine Einkopplungsmöglichkeit eröffnen. Ebenso müssen Untersuchungen aufzeigen, ob eine außerhalb des Oszillators durch Strahlung bedingte Erhöhung der Versorgungsspannung, den Oszillator in den chaotischen Betrieb überführen.

CONCLUSION

In diesem Beitrag wurde mittels einem einfachen Modell und der logistischen Gleichung aufgezeigt, wie Oszillatoren in die chaotische Betriebsart übergehen können und dabei ihre Funktion als Taktgenerator in digitalen Schaltungen oder als lokaler Oszillator in Mischer und Empfangsstufen verlieren und einen Ausfall des gesamten Systems bedingen.

Die Gleichrichtung der eingestrahelten Hochfrequenz an parasitären Nichtlinearitäten bedingt dabei eine Arbeitspunktverschiebung auf der Eingangskennlinie des Transistors. Beschreibt man den Transistor durch eine Potenzreihenentwicklung bis zur zweiten Ordnung $y = -ax + ax^2$, so resultiert eine HF-Intensitäts-gesteuerte Veränderung des Entwicklungskoeffizienten a , dessen Wert über chaotisches oder oszillatorisches Verhalten entscheidet. Prinzipiell sind nichtlineare speicherbehaftete rückgekoppelte Systeme zu chaotischem Verhalten fähig, lineare Systeme nicht.

Obwohl Oszillatoren und PLL-Strukturen besonders gut geschirmt sind, existiert bei der Oszillationsfrequenz ein Einkopplungspfad. Die qualitative Bestimmung der Chaos-Empfindlichkeit muss anhand experimenteller Untersuchungen ermittelt werden, da selbst der Übergang vom realen kontinuierlichen System zur zeitdiskreten Simulation Chaos initiieren kann.

REFERENCES

J.Bohl, T.Ehlen, F.Sonnemann „HPM-Effects in LF-Electronic-Circuits: A Numerical Approach“, EUROEM98, Tel-Aviv, Israel, June 1998.

T.Ehlen, J.Bohl, F.Sonnemann „Electromagnetic Coupling Paths to Electronic Systems Connected with Electronic Setups and Destruction Mechanism“, IST/SET Symposium 98, Aalborg, Denmark, October 1998.

H.O. Peitgen, H.Jürgens, D.Saupe, “Chaos and Fractals – New Frontiers to Science”, Springer, 1992

W.Mathis, “Theorie nichtlinearer Netzwerke”, Springer, 1987

T.Ehlen, “Zeitdiskrete Funktionalfilter zur nichtlinearen Entzerrungskorrektur analoger Schaltungen”, Verlag Augustinusbuchhandlung, Aachen, ISBN 3-86073-460-11, 1995

L.Solbach, “Theoretische Untersuchungen von nichtresistiven Nichtlinearitäten, DA-260 91/10, Institut für Technische Elektronik, RWTH-Aachen, 1991

K.Stamm, “Theoretische Untersuchungen zur Anwendbarkeit von Volterra-Reihen im nichtlinearen Zustandsraum, DA-304 91/54, Institut für Technische Elektronik, 1991